



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

Barem de corectare: clasa a IX-a

- 1) a.) $a_1 = 1$ 1p
 $a_2 = 4$ 1p
 $a_{n+6} = a_n, 2011 = 6 \cdot 335 + 1$ 1p
 $a_{2011} = a_1 = 1$ 1p
b.) $a_1 + a_2 + \dots + a_{2011} = \underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) + \dots + (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6)}_{\text{de } 335 \text{ ori}} + a_1 = 1p$
 $= \underbrace{(1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7) + \dots + (1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7)}_{\text{de } 335 \text{ ori}} + 1 = 1p$
 $= 27 \cdot 335 + 1 = 9045 + 1 = 9046$ 1p
- 2) $S_4 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2}, S_8 = \frac{(a_1 + a_8) \cdot 8}{2}$ 1p
Se obține sistemul $\begin{cases} 2(a_1 + a_4) = 22 \\ 4(a_1 + a_8) = 92 \end{cases}$ 2p
De unde $\begin{cases} 2a_1 + 3r = 11 \\ 2a_1 + 7r = 23 \end{cases}$ 2p
Și rezolvând sistemul rezultă $a_1 = 1, r = 3$ 2p
- 3) O condiție necesară pentru $\sqrt{\frac{5n-2}{n}} \in \mathbf{N}$ este ca $\frac{5n-2}{n} \in \mathbf{N} \cdot (1p) \Rightarrow 5 - \frac{2}{n} \in \mathbf{N} \cdot (1p),$
 $\Rightarrow \frac{2}{n} \in \mathbf{Z} \cdot (1p) \Rightarrow n \in \{\pm 1, \pm 2\} \cdot (2p)$. Prin verificare directă se obține că singura soluție posibilă este $n=2 \cdot (2p)$.

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

4) Verificăm dacă $P(1)$ este adevărată: $\frac{1}{1 \cdot 4} = \frac{1}{4}$. (1p)

Demonstrăm că $P(k) \rightarrow P(k+1)$.

Pres. că $P(k)$ este adevărată: $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(3k-2) \cdot (3k+1)} = \frac{k}{3k+1}$. (1p)

Demonstrăm că $P(k+1)$ este adevărată:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{[3(k+1)-2] \cdot [3(k+1)+1]} = \frac{k+1}{3(k+1)+1} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(3k-2) \cdot (3k+1)} + \frac{1}{[3k+1] \cdot [3k+4]} = \frac{k+1}{3k+4} \Leftrightarrow (1p)$$

$\frac{k}{3k+1} + \frac{1}{[3k+1] \cdot [3k+4]} = \frac{k+1}{3k+4} \Leftrightarrow (2p) \quad k(3k+4)+1 = (k+1)(3k+1)$. După desfacerea parantezelor rezultă egalitatea dorită. (2p)

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7